Конструирование урока математики

Автор: Мурачева Светлана Ивановна

Место работы, должность: ЧУ ОО СОШ «Росинка», Учитель математики

Регион: Москва

Предмет: Математика (алгебра и начала анализа)

Класс: 10

Тема урока: Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции.

Вид урока: урок общеметодологической направленности.

Деятельностная цель: формирование у учащихся деятельностных способностей и способностей к конструированию и систематизации методов решения уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции, формирование способности у учащихся к новому способу действия, связанного с построением структуры решения уравнений на основе свойств обратных тригонометрических функций.

Содержательная цель: построение деятельностных норм и выявление теоретических основ решения уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции, построение методов, связывающих изученные понятия в единую систему.

Задачи урока: расширение понятийной базы по учебному предмету за счет включения в нее новых элементов, в частности, классификации методов решения уравнений данного типа.

Предметный результат: учащиеся научатся применять свойства обратных тригонометрических функций к решению уравнений, получат возможность учиться выбирать способы решения на основе анализа теоретических обоснований.

Развивающие цели: развивать умения анализировать, сравнивать, обобщать, систематизировать.

Метапредметный результат:

– общеучебные: самостоятельное выделение познавательной цели, поиск и выделение информации, составление алгоритма решения уравнений;

– регулятивные: сравнивать свое решение с эталоном, осуществлять самоанализ успешности участия в учебном процессе, вносить необходимые коррективы в действия с учетом сделанных ошибок;

– коммуникативные: участвовать в обсуждении проблемных вопросов, формировать и аргументировать свое мнение, сотрудничать в работе с одноклассниками, развивать свою речь;

–личностные: осознание учащимися практической и личностной значимости результатов обучения, проявление интереса к изучаемому предмету.

Методы обучения: деятельностный, проблемный, поисковый, наглядный.

Форма организации познавательной деятельности: фронтальная, групповая (парная), индивидуальная.

Средства обучения: компьютер, проектор, экран, учебник, карточки для индивидуальной работы, оценочные листы.

**План урока**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№*** | ***Этап урока*** | ***Деятельность учителя*** | ***Деятельность ученика*** | ***Время (мин)*** |
| 1 | Самоопределение к учебной деятельности | Организационный момент (включение в деловой ритм) | Планирование учебного сотрудничества с учителем и одноклассниками | 2 |
| 2 | Актуализация опорных знаний и фиксация затруднений деятельности | Учитель предлагает заполнить две карточки, выявляет уровень теоретических знаний (карточка №1 и №2) | Выполняют задания, сравнивают ответы с изображением на экране, заносят результат в оценочный лист с предложениями и критериями | 5мин |
| 3 | Постановка учебной задачи | Обеспечение мотивации учения детьми, принятия ими целей урока.  Активизирует знания учащихся с помощью текста (текст приложение №3) | Воспроизведение знаний и способов действий необходимых и достаточных для открытия новых знаний, выполнения теста в парах, взаимопроверка. | 5 мин |
| 4 | Классификация методов решения уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции. | Предлагает таблицу классификации методов решения уравнений с экрана и перечень уравнений 1-16.  Создает проблемную ситуацию. | Учащиеся кратко озвучивают сущность метода и находят уравнение, которое может быть решено с помощью этого метода, мотивируя соответствие. | 5мин |
| 5 | Этап выявления места и причины затруднения. | Организует учащихся для исследования проблемной ситуации (таблицы в приложении №4 и №5) | Определяют и озвучивают проблему, формулируют познавательную цель и тему урока. | 2мин |
| 6 | Построение проекта выхода из затруднения. | Организует и устанавливает осознанность восприятия. | Решают типовые задания с проговариванием алгоритма в слух. | 10мин |
| 7 | Первичное закрепление знаний.  Самостоятельная работа с проверкой по эталону. | Обеспечение закрепления в памяти детей знаний и способов действий, которые им необходимы для самостоятельной работы по новому материалу (приложение №5) | Самостоятельная работа или в парах ( по выбору учащихся).  Самопроверка или взаимопроверка в сравнении с эталоном. | 12мин |
| 8 | Рефлексия деятельности | Оценивает работу учащихся в течение всего урока. Суммируя балы оценочного листа. | Учащиеся осознают и оценивают уровень и качество усвоения нового материала | 2мин |
|  | Домашнее задание, итог урока.  Карточка №6. | Дает домашнее задание:  1 уровень: задания репродуктивного характера – решить уравнения №17; 18;11.  2 уровень: задания поискового плана – подобрать 3 уравнения, решаемые методами 1-4 и решить их.  3 уровень: составить тест, аналогичный тесту №2 по теме: «Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции. | Подводят итог своей деятельности, выполняя работу по карточке №6. Домашнее задание по выбору учащихся. Учащийся сам определяет свой уровень. |  |

**Анализ урока**

(с точки зрения формирования универсальных учебных действий – УУД)

|  |  |
| --- | --- |
| Этапы | УУД |
| I этап | личностные:  Самоопределение, коммуникативные, планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками |
| II этап | познавательные |
| IV этап | логические:  анализ объектов, построение логической цепи рассуждений, выдвижение гипотез и их обоснование;  личностные:  оценивание своих знаний |
| III этап | регулятивные:  целеполагание |
| V, VI этапы | познавательные:  формулирование познавательной цели;  логические:  формулирование проблемы и путей выхода из нее |
| V, VI этапы | регулятивные:  планирование, прогнозирование;  познавательные:  моделирование;  логические:  решение проблемы, выдвижение гипотез и их обоснование;  коммуникативные:  инициативное сотрудничество |
| VII этап | регулятивные:  контроль, коррекция, выделение и осознание того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению;  личностные:  самоопределение |
| VIII этап | познавательные:  умение структурировать знания, выбор наиболее эффективных способов решения уравнений, рефлексия способов и условий действий |

**Заключение:** основной результат, достигнутый на уроке – развитие личности ребенка на основе универсальных учебных действий, Принцип организации диалога на уроке, осуществление дифференцированного обучения, повышение мотивации и интереса к учению обучающихся позволило помочь ребенку эффективно освоит новую тему и осознать необходимость изучения методов решения уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции.

Приложения

Приложение №2

Свойства обратных тригонометрических функций, вытекающих из их определений

X=

X=

Приложение №1

Определение обратных тригонометрических функций

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | α= arcsinx | α=arccosx | α=arctgx | α=arcctgx |
| Определение | sin α=x | cos α=x | tg α=x | ctg α=x |
| Область определения |  |  |  |  |
| Множество значений | α | α | α | α (0;π) |

Основные соотношения между обратными тригонометрическими функциями: приложение 2

arcsinx = -arcsin(-x)= – arcos x= arctg();

arccosx = π – arcos (-x)= – arcsin x= arcctg();

arctgx = -arctg(-x) = – arcctg x= arcsin();

arcctgx = π – arcctg(-x) = – arctg x= arccos();

Приложение (карточка №3)

Заполните пропуски в тождествах.

1.

–

arcsin (-x) =

π–

arccos (-x) =

2.

arcsin x + arcos x =

3.

4.

–

arctg (-x) =

π–

arccrg(-x)=

5.

arctg x + arcctg x =

6.

Приложение (карточка №6)

Вариант 1

Найдите пары: «Уравнение – его решение».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Решения  Уравнения | | а | б | в | г | д |
| -1 | 1 |  |  | -1≤x≤1 |
| 1 | arccos x = |  |  |  |  |  |
| 2 | sin(arcsin x + arcos x)=1 |  |  |  |  |  |
| 3 | arccos x = – (x – 1)2 |  |  |  |  |  |
| 4 | arctg x = – |  |  |  |  |  |
| 5 | arcsin x = – – |  |  |  |  |  |

Вариант 2

Найдите пары: «Уравнение – его решение».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Решения  Уравнения | | а | б | в | г | д |
| -1 | 1 |  | x |  |
| 1 | arcsin x =- |  |  |  |  |  |
| 2 | sin(arcsin + arcos )=0 |  |  |  |  |  |
| 3 | arccos x = π + (x + 1)6 |  |  |  |  |  |
| 4 | arctg x = –+x2 |  |  |  |  |  |
| 5 | arcsin x = + |  |  |  |  |  |

Приложение (карточка №4)

1.Методы использования свойств функция, входящих в уравнение:

4. Разложение на множители (№8)

Б)сводящим к алгебраическим с применением различных преобразований (№12, 14, 15)

А) сводящим к квадратным (№2, 16, 7)

3. Метод замены переменной

Б) разноименных (№9,10,11)

А) одноименных (№5,6)

Б) методы использования свойства ограниченности функции (№1, 4)

А) метод обращения к монотонности функции(№3, 13)

2. Уравнения, решаемые на основе условия равенства обратных тригонометрических функций:

Методы

Приложение (карточка №5)

Решить уравнения

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Уравнения** |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 | = |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |
| 11 |  |
| 12 |  |
| 13 |  |
| 14 |  |
| 15 |  |
| 16 |  |
| 17 | = Ответ: |
| 18 | Ответ: |
| 19 | Ответ:0 |

Литература

1. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учебное пособие для студентов физико-математических спец. Педагогических институтов.- М.: Просвещение, 1991.-352с.
2. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Дополнительные главы к школьному учебнику. 8-9 кл. – М. : - Прсвещение, 1997г.
3. Мерзлян А.Г., Полонский В.Б.Ю Рабинович Е.М, Якир М.С. Тригонометрия: Задачник к школьному курсу. – М.: АСТ-Прогресс: Магистр – S, 1998-656с.
4. Курс лекций «Уравнения и неравенства в школьном курсе математики» автор Чулков Павел Викторович, 2016г.

Конспект урока математики по теме «Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции», 10 класс

Цели и задачи (см. конструирование урока…)

Ход урока:

1. Этап: организационный
2. Этап: актуализация опорных знаний:
3. Повторить свойства обратных тригонометрических функций репродуктивно, на первом уровне, проверить по эталону на экране (приложение 1,2) и (21) основные соотношения между обратными тригонометрическими функциями.
4. Заполнить пропуски в тождествах (репродуктивный метод на втором уровне) по карточке (приложение 3), взаимопроверка в парах.
5. Этап: постановка учебной задачи, мотивация, создание проблемной ситуации: вывести на экран приложения №4 и №5. Проблемная ситуация: Возможно ли провести классификацию уравнений по методам решений? Рядом с каждым методом (1-4) указать номер уравнения, которое можно решить данным методом (работа в парах). Возникли затруднения. Обсуждение при проверке. В результате выполнения задания появилась схема и сформирован понятийный аппарат сущности каждого метода:
6. Уравнения 9, 10, 11 решаются на основе условия равенства разноименных обратных тригонометрических функций. Метод основан на том, что левая и правая части этих уравнений являются разноименными обратными тригонометрическими тождествами (приложение 21)
7. Задания №3,13 решаются на основе монотонности функций.

***Вопрос:*** В каких случаях применяется метод обращения к монотонности функций? ***Ответ:*** Если уравнение имеет в одной части функцию монотонную, а в другой- постоянную, то уравнение имеет не более одного корня. Или: одна часть уравнения представляет собой возрастающую, а другая – убывающую функцию, уравнение не может иметь более одного корня.

Самый распространенный их этих методов – метод замены переменной. Если замена не очевидна, выполнить нужно некоторые равносильные преобразования. Этим методом решаем уравнения №12, 16,14. Решение уравнений №9, 12 – с комментариями.

Самостоятельная работа.

1 вариант 2 вариант

№1, №6 №4,№5

Самопроверка по эталону;

Итог урока: заполнить приложение карточка №6

Ответы к уравнениям (карточка№5):

№1:(0;2),

№3: 1,5

№4:(1;0)

№5: 7

№6: -

№9: 1

№10: ,

№11:1

№13:

4) Метод использования свойства ограниченности функции:

Если функции f(x) и q(x), таковы, что для всех х выполняется неравенство f(x)≤c и q(x)≤d и дано уравнение f(x)+q(x)=c+d, то оно равносильно системе

Примеры решения некоторых уравнений (карточка №5)

№1.

Так как, при , то уравнение (1) равносильно системе:

Ответ: (0;2).

№3.

где f(x)== 3- – возрастает при х>

q(x)=убывает, причем -;

равносильна исходному уравнению и имеет единственное решение x=

Ответ:1.5

№4

arccos(x+y) + arccos(x – y)=0

Так как arcos(x+y)≥0 при (x+y)≤1 и arcos(x – y)≥1, то уравнение равносильно системе:

Ответ: (1;0)

№5

arcsin(x2– 6x – 8) + arcsin(15 – 2x) = 0

arcsin(x2– 6x – 8) = – arcsin(15 – 2x)

arcsin(x2– 6x – 8) = arcsin(2x – 15)

x=7.

Ответ: 7.

№6

arccos(4x2 – 3x +2) + arcos(3x2 – 8x –4) = π

arccos(4x2 – 3x +2) = π – arcos(3x2 – 8x –4)

arccos(4x2 – 3x +2) = arcos(–3x2 – 8x –4)

x= –

Ответ: –

№17

arcsin2x + arcsinx =

ОДЗ: 0 < x ≤

Пусть arcsin2x=α, а arcsin x = β, тогда при 0 < x ≤ выполняются неравенства

0 < α ≤

+ 0 < β ≤

\_\_\_\_\_\_\_\_

0 < α + β <

При этих условиях

sinα = 2x

cosα =

sinβ = x, cosβ =

Т.к. y=cosα убывает на (0; π), то на нем – этом промежутке – исходное уравнение равносильно на ОДЗ:

Cos(arcsin2x + arcsinx) = cos, т.е.

,

но ≥0, значит, уравнение равносильно уравнению:

4x4 – 5x2 +1 = (+2x2)2

4x4 – 5x2 + 1= + 2x2 + 4x4

x2 =

Ответ: