**Примерное проектирование многоуровневой системы задач**

**по теме «Отыскание наибольшего или наименьшего**

**значения функции с помощью производной» в 10 – м классе**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровни внешнего дифференцирования | Подуровни внешней дифференциации | Виды учебной деятельности  (УУД) | Базовые задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной | |
| **Базовый уровень** | **Знакомая задача (ЗЗ)** | **Репродуктивная:**  ***познавательные УУД:***  узнавание, припоминание, применение правила в узнаваемой ситуации  ***регулятивные УУД:***  выбор алгоритма, плана решения  ***коммуникативные УУД:***  консультация с учителем или одноклассниками | **ЗЗ:№1**. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке [*a;b*] | **ЗЗ №3**.Найти наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке [*-4;-1*] |
| **ЗЗ. №2**. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции *sin x+1* на отрезке [] | **ЗЗ: №4**. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции *у=ctg x+x* |
| **Базовый уровень** | **Модифицированная задача (МЗ)** | **Эвристическая** (в малознакомой ситуации): ***познавательные УУД:*** поиск решения по алгоритму, постановка цели, знаково-символические действия, моделирование задачной ситуации на математический язык  ***регулятивные УУД:*** постановка и решение проблемы, выдвижение гипотез о ходе решения задачи, прогнозирование результата  ***коммуникативные УУД:*** самостоятельное и добровольное обращение за помощью к учителю | **МЗ. №1** Материальная точка движется по прямой согласно закону *S(t)=12t2-t3*, где *S(t) –* путь в метрах, *t –* время в секундах. В какой момент времени из промежутка [*10;50*] ускорение движения будет наименьшим | **М.З.№2**. Найти значения аргумента из промежутка [*-2; 5*], при которых скорость изменения функции *f(x)= 21x+2x2-* ,будет наибольшей. |
| **Базовый уровень** | **Незнакомая задача (НЗ)** | **Исследовательская:**  ***регулятивные УУД:*** анализ, обобщение, знаково-символическая деятельность, математическое моделирование с помощью функции постановка и решение проблемы, выдвижение гипотез о ходе решения задачи прогнозирование результата ***коммуникативные УУД:*** Самостоятельное обращение к учителю (при необходимости) | **НЗ. №1** Сумма двух целых чисел равна 24. Найти эти числа, если известно, что их произведение принимает наибольшее значение | **НЗ. №3** Периметр прямоугольника составляет 56см. Каковы его стороны, если этот прямоугольник имеет наибольшую площадь? |
| **НЗ. №2** Разность двух чисел равна 10. Найти эти числа, если известно, что произведение принимает наименьшее значение. |
| **Профильный уровень** | **Знакомая задача (ЗЗ)** | **Репродуктивная** (на расширенной предметной области):  ***познавательные УУД:*** понимание текста задачи, поиск решения, постановка цели, знаково-символические действия, моделирование задачной ситуации на математический язык  ***регулятивные УУД:*** постановка и решение проблемы, выдвижение гипотез о ходе решения задачи, прогнозирование результата  ***коммуникативные УУД:*** самостоятельное и добровольное обращение за помощью к учителю | **ЗЗ. №1** Найти наименьшее значение функции y=*sin2sin x* y на отрезке *[-π; 0]* | **ЗЗ. №3** Найти наибольшее значение функции |
| **ЗЗ. №2** Найти наибольшее значение функции *y=* | **ЗЗ. №4** Найдите наименьшее значение функции *y=sin5x – cos5x* отрезке *[-π;0]* |
| **Профильный уровень** | **Модифицированная задача (МЗ)** | **Эвристическая** (на расширенной предметной области):  ***познавательные УУД:*** отыскание явных и скрытых связей для составления математической модели поиск решения по алгоритму, постановка цели, знаково-символические действия, моделирование задачной ситуации на математический язык  ***регулятивные УУД:*** постановка и решение проблемы, выдвижение гипотез о ходе решения задачи, прогнозирование результата  ***Коммуникативные УУД:*** самостоятельное и добровольное обращение за помощью к учителю | **МЗ. №1** На графике функции *у=* найти точку *М*, ближайшую к точке *А (4,5; 0)* | **МЗ. №3** В арифметической прогрессии с разностью *d* девятый член равен 1. При каком значении *d* произведение четвертого, седьмого и восьмого членов прогрессии будет наибольшим? |
| **МЗ.№2** Найти длину отрезка наибольшей длины, который заключен между графиками функций *у=-2х* (сверху)и параллелен оси *у* |
| **Профильный уровень** | **Незнакомая задача (НЗ)** | **Исследовательская (**на расширенной предметной области):  ***познавательные УУД:*** использование расширенного арсенала математических приемов: свойства функций и их применение, различные закономерности…, выявление существенной информации, знаково-символическая деятельность  ***регулятивные УУД:*** отыскание последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата; составление плана и последовательности действий, прогнозирование,  контроль в форме сличения способа действия и его результата с заданным эталоном | **НЗ. №1** При каком значении параметра, *а* наименьшее значение функции *у=х*равно - 6? | **НЗ.№3** При каком значении параметра *n* сумма квадратов корней уравнения *х2+nх +2n-1=0* будет наименьшей? |
| **НЗ.№4** Боковые стороны и одно из оснований трапеции равны 15 см. При какой длине второго основания площадь трапеции будет наибольшей? |
| **НЗ. №2** При каком значении параметра *n* квадратов корней уравнения *х2-2nх+4n2+3n=0* будет наименьшей? | **НЗ. №5** Точка А лежит на графике функции *y=f(x),* точка В – на оси *х*, и ее абсцисса равна ординате точки. Найти наименьшее значение площади треугольника ОАВ, точка. О - начало координат, а  *f(x)=* и |
| **Углубленный уровень** | **Знакомая задача (ЗЗ)** | **Поисково - эвристическая деятельность:**  ***познавательные УУД:*** знаково-символические и логические, действия постановки и решения проблем, самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели, поиск и выделение необходимой информации; моделирование ***регулятивные УУД***: планирование с учетом конечного результата; прогнозирование — предвосхищение результата,  самоконтроль, контроль и обнаружение отклонений и отличий от эталона, внесение необходимых дополнений и корректив в план  ***коммуникативные УУД:*** участие в коллективном обсуждении проблем, интегрирование в группу сверстников и построение продуктивного взаимодействия, планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками, инициативное сотрудничество поиске и сборе информации; разрешение конфликтов, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта,  принятие решения и его реализация; управление поведением партнера умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации; владение монологической и диалогической формами  речи | **ЗЗ. №1. И**з квадратного листа жести со стороной *а* надо изготовить открытую сверху коробку, вырезав по углам квадратики и загнув образовавшиеся кромки. Какой должна быть сторона основания коробки, чтобы ее объем был наибольшим? | **ЗЗ.№3** Из круглого бревна вырезают балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна равен 20 см. |
| **ЗЗ. №2** Открытый бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 13,5 л жидкости. При каких размерах бака на его изготовление потребуется наименьшее количество металла? | **ЗЗ. №4** По периметру участка прямоугольной формы, площадь которого 540 м2, устанавливается декоративная ограда. Для двух противоположных сторон используется металлическая ограда, цена ее одного метра 3 тыс. рублей. Для других сторон – деревянная ограда, ее цена 5 тыс. рублей за один метр. Каковы должны быть размеры участка, чтобы полная стоимость ограды была наименьшей? |
| **Углубленный уровень** | **Модифицированная задача**  **(МЗ)** | **Исследовательско-эвристическая:** выделение и ***познавательные УУД:*** формулирование познавательной цели, поиск и выделение необходимой информации**,** моделирование, осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; выбор наиболее эффективных способов решения задач, структурирование знаний  ***регулятивные УУД:*** обнаружение отклонений и отличий от эталона, внесение необходимых дополнений и корректив в план, способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его продукта, оценка — выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения данного материала  ***коммуникативные УУД:*** участие в коллективном обсуждении проблем,  интегрироваться в группу сверстников и построение продуктивного взаимодействия, планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками, инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; принятие решения и его реализация | **МЗ.№1** Для изготовления консервной банки цилиндрической формы заданной вместимости V требуется металл двух сортов, на боковую поверхность – первого сорта, на основания – второго, стоимость которого в два раза меньше, чем стоимость первого сорта. При каком отношении высоты банки к радиусу ее основания затраты на материал будут наименьшими? |  |
| **Углубленный уровень** | **Незнакомая задача (НЗ)** | **Исследовательская:**  ***познавательные УУД:*** выделение и формулирование познавательной цели, поиск и выделение необходимой информации**,** моделирование, выбор наиболее эффективных способов решения задач  в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов и условий действия, определение основной и второстепенной информации, синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельное, отыскание причинно-следственных связей, решение проблем творческого и поискового характера ***регулятивные УУД:*** оценка — выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения; сил и энергии, к волевому усилию (к выбору в ситуации мотивационного конфликта), к преодолению препятствий элементы волевой саморегуляции как способности к мобилизации, контроль и оценка процесса и результатов деятельности, принятие решения и его реализация  ***коммуникативные УУД:*** участие в коллективном обсуждении проблем, интегрирование в группу сверстников и построение продуктивного взаимодействия, планирование учебного сотрудничества со сверстниками, инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, выбор способа действия в случае расхождения эталона, реального действия и его продукта. | **НЗ. №1** Фермер должен засеять 630 *га* кукурузой и пшеницей. Доход от каждой культуры в хозяйстве фермера является квадратичной функцией с аргументом – количеством засеянных гектаров. Каждая из квадратичных функций равна 0 при аргументе равном 0. Максимальный доход от кукурузы равен 2400000 рублей, если засеять ею 400 *га*. Максимальный доход от пшеницы равен 1152000 рублей, если засеять 480 *га*. Найдите, сколько *га* кукурузы и сколько *га* пшеницы должен засеять фермер для получения максимального дохода (ЕГЭ, 2006 г) | **НЗ. №3** Необходимо провести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, объемом 864 кубических метров. Заливка крыши, форма которой является прямоугольником с длиной, в два раза большей ширины, обходится в 4000 рублей за квадратный метр. Отделка более длинной стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 рублей за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 рублей за квадратный метр. Найдите длину и высоту здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости |
| **НЗ. №2** Стоимость плавания корабля в течение часа определяется формулой *a+bv3*, где *а* и *в* – постоянные, *v* – скорость корабля, *а* связано с расходами на амортизацию и содержание команды, а *в* – с расходом топлива. При какой скорости судно пройдет расстояние *l* с наименьшими затратами? |