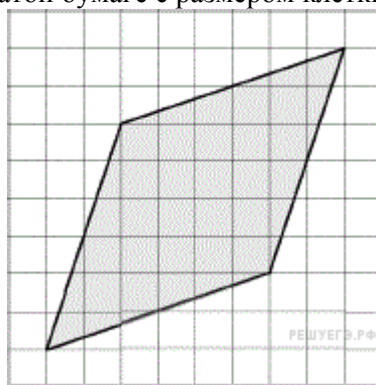


Итоговая контрольная работа по математике в 10 классе.

Демонстрационный вариант

Часть В

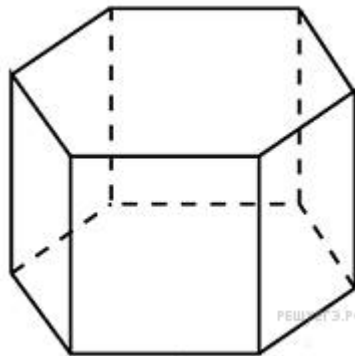
1. Найдите значение выражения $\frac{x^{-5} \cdot x^{-2}}{x^{-9}}$ при $x = -2$
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$.
3. Найдите значение выражения $3^{\sqrt{3}+2} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$
4. Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.
5. Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.
6. Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.
7. Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.
8. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.
9. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.
10. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) > -2$
11. Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.
12. Найдите корни уравнения: $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.
13. Найдите значение выражения $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\beta + 3\pi)}$.
14. Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см



(см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

16. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторо-



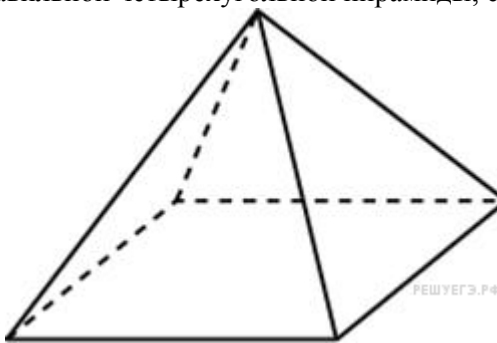
на основания которой равна 5, а высота – 10.

Часть С

$$\frac{2 \sin^2 x - \sin 2x - 2 \cos 2x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

17. Решите уравнение

18. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания



которой равны 6 и высота равна 4.

19. Решите систему

$$\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \geq 6, \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x. \end{cases}$$

Пояснительная записка

Данный материал предназначен для проведения итоговой аттестации по математике за курс 10 класса.

Составлен на основе государственного стандарта основного общего образования, Программ общеобразовательных учреждений. Алгебра 10-11 классы и Геометрия 10-11, - М.Просвещение, 2016г. Составитель Т. А. Бурмистрова.

На выполнение работы отводится 90 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 19 заданий.

Часть В содержит 16 заданий, требующих краткого ответа.

Часть 2 содержит 3 задания, требующих развернутого ответа (с полной записью решения). При этом для каждого задания надо указать его номер и записать полностью его решение.

За выполнение каждого задания ученик получает определенное количество баллов.

Таблица количества баллов за выполнение задания

Часть В	Часть С		
Задания 1-16	Задания 17,18	Задания 19,20	Задание 21
1 балл	2 балла	3 балла	4 балла

Часть В	Часть С	
Задания 1-16	Задания 17,18	Задание 19
1 балл	2 балла	4 балла

Таблица перевода тестовых баллов в школьные оценки

Тестовый балл	Школьная оценка
0-6	«2»
7-15	«3»
16-20	«4»
21-24	«5»

Спецификация заданий теста

№ задания	Проверяемые элементы содержания и виды деятельности
В1	Умение выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих степени с целым отрицательным показателем
В 2	Умение выполнять преобразование выражения, содержащего радикалы
В 3	Умение выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих показательные функции
В 4	Умение выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих степени с рациональным показателем
В 5	Умение решать простейшие показательные уравнения
В 6	Умение выполнять вычисления и преобразования логарифмических выражений
В7	Умение выполнять вычисления и преобразования логарифмических выражений
В8	Умение решать простейшие иррациональные уравнения

V9	Умение решать логарифмические уравнения
V10	Умение решать простейшие логарифмические неравенства
V11	Умение выполнять вычисления и преобразования тригонометрических выражений
V12	Умение решать простейшие тригонометрические уравнения
V13	Умение выполнять вычисления и преобразования тригонометрических выражений
V14	Умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин
V15	Умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин
V16	Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин
C17	Умение решать тригонометрические уравнения
C18	Умение решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин
C19	Умение решать системы логарифмических неравенств

Ключи к итоговой работе

Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Демонстрационный	4	1	1	12	4	25	8	87	6	(-42; +∞)

Вар.	11	12	13	14	15	16
Демонстрационный	6	-4	2	15	0,25	300

Решения и ответы к части №2.

$$\frac{2\sin^2 x - \sin 2x - 2\cos 2x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

17. Решите уравнение

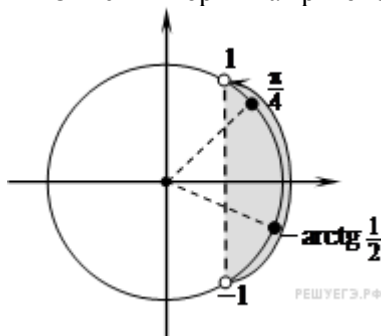
Решение.

Найдем ОДЗ: $1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Найдем корни числителя:

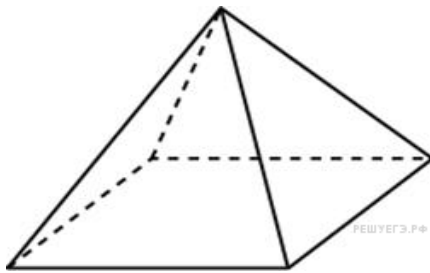
$$\begin{aligned} 2\sin^2 x - \sin 2x - 2\cos 2x = 0 &\Leftrightarrow 2\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 2\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = 1, \\ \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Отметим корни на тригонометрической окружности:



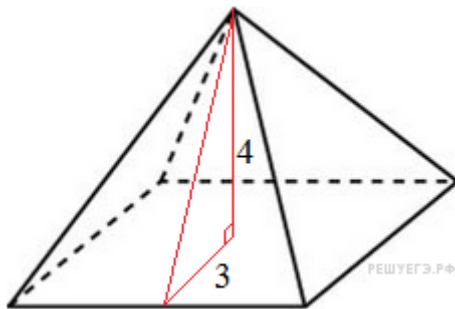
С учетом ОДЗ (см. рис.) получаем: $x = \frac{\pi}{4}, x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4}, x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$.
18.



Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.

Решение.



Площадь поверхности складывается из площади основания и площади четырех боковых граней: $S = S_{\text{осн}} + 4S_{\Delta}$. Апофему найдем по теореме Пифагора: $h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Тогда площадь поверхности пирамиды:

$$S = 6 \cdot 6 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 96$$

Ответ: 96.

19. Решите систему

$$\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \geq 6, \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x. \end{cases}$$

Решение.

Решения обоих неравенств ищем при условии $x > 0$. Так как при этом условии $9^{\lg x} = 3^{2 \lg x} = (x^{\log_x 3})^{\frac{2}{\log_x 10}} = x^{2 \lg 3}$, то решая первое неравенство, получаем

$$9^{\lg x} \geq 3 \Leftrightarrow \lg x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{10}.$$

Решая второе неравенство, получаем:

$$\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 3, \\ \log_2 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 8, \\ 0 < x < 4. \end{cases}$$

Решение системы является общей частью решений двух неравенств. Так как $\sqrt{10} < 4$, получаем: $\sqrt{10} \leq x < 4$ или $x > 8$.

Ответ: $[\sqrt{10}, 4) \cup (8, +\infty)$.