**Мастер – класс: Систематизация знаний учащихся по теме «Трапеция»**

 Систематизация знаний учащихся на этапе тематического повторения является наиболее эффективной формой подготовки к ОГЭ (или ЕГЭ). Такая форма позволяет не только ликвидировать пробелы в знаниях учащихся, но и углубить знания посредством знакомства c материалом более высокого уровня сложности и специфическими приёмами решения тех или иных задач.

**Систематизация знаний по теме «Трапеция» предполагает**:

1. повторение программного теоретического материала (таблица 1: соответствующие рисунки в таблице выполняет ученик);
2. пополнение багажа знаний учащихся дополнительными сведениями по данной теме (таблица 2);
3. повторение специфических приёмов решения задач на трапецию (таблица 3);
4. решение задач различной степени сложности по теме «Трапеция» (таблица 4)

***Таблица 1: Трапеция***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Определение, рисунок** | **Стороны** | **Углы** | **Диагонали** |
| **Трапеция** | ***ч/к, у которого две стороны параллельны - (основания), а две другие непараллельны (боковые)*** (рисунок) | ВС, АД – основания АВ, СД – боковые стороны(рисунок) | ***2.Сумма углов, прилежащих к боковой стороне равна 180˚***∟А+∟В=∟С+∟Д=180˚(рисунок) | $d\_{1}^{2}$ *+* $d\_{2}^{2}$ *=* $c\_{1}^{2}+ c\_{2}^{2}$ *+2ab* где $d\_{1}$,$ d\_{2}$ *– диагонали* *a,b – основания*$c\_{1},c\_{2}$*– боковые стороны*(рисунок) |
| **Равнобедренная трапеция** | ***трапеция, у которой боковые стороны равны***(рисунок) | ***Боковые стороны равны***АВ=СД, ВС ǂАД(рисунок) | ***Углы, прилежащие к каждому основанию равны***∟А=∟Д; ∟С=∟В(рисунок) | ***Диагонали равны***АС=ВД$$d^{2}= c^{2}+ab,$$где *d – диагональ* *a,b - основания* *c – боковые стороны*(рисунок) |
| **Прямоугольная трапеция** | ***трапеция, у которой два угла – прмые***(рисунок) | ВС, АД – основания АВ, СД – боковые стороны(рисунок) | ***2.Сумма углов, прилежащих к боковой стороне равна 180˚***∟А+∟В=∟С+∟Д=180˚(рисунок) |  |
|  | ***Средняя линия трапеции*** – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции | ***Отрезок,******соединяющий середины диагоналей трапеции*** |
| Th: Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме(рисунок) | Th: Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции параллелен основаниям и равен их полуразности(рисунок) |

***Таблица 2: Дополнительные сведения о трапеции.***

|  |  |
| --- | --- |
| 1)Диагонали трапеции разбивают её на 4△ с общей вершиной. Площади △-ов, прилежащих к боковым сторонам равны. | 7)Окружность, вписанная в р/б трапецию, касается оснований в их серединах |
| 2)В любой трапеции середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой. | 8)Если $S\_{1}$ и $S\_{2}$ – площади △-ов, прилежащих к основаниям, то площади △-ов, прилежащих к боковым сторонам равны $\sqrt{S\_{1}\*S\_{2}}$, а площадь всей трапеции равна $(\sqrt{S\_{1}}+\sqrt{S\_{2}})^{2}$ |
| 3)В р/б трапеции прямя, проходящая через середины оснований ┴ основаниям и является осью симметрии | 9) Радиус окружности, описанной около трапеции, находится по формуле R = $\frac{a}{2\sin(α)}$, где *a* – какая-то сторона (или диагональ), α – смотрящий на неё вписанный угол  |
| 4)В любой трапеции середины боковых сторон и середины диагоналей лежат на одной прямой. | 10)В р/б трапеции, описанной около окружности косинус угла при большем основании равен частному от деления разности оснований на их сумму |
| 5)В любой трапеции с основаниями *a и b* отрезок с концами на боковых сторонах, проходящий через точку пересечения диагоналей параллельно основаниям, равен $\frac{2ab}{a+b}$ | 11)В р/б трапеции, описанной около окружности, высота равна среднему геометрическому оснований, а радиус половине высоты |
| 6) Площадь трапеции S = m\*c, где с – боковая сторона, а m – расстояние до неё от середины другой с боковой стороны. |  |

***Таблица 3: Ценные указания к решению задач на трапецию.***

|  |  |
| --- | --- |
| **Если** | **то** |
| Если в 4/ке с параллельными сторонами (п/мм, трапеция) проводится биссектриса | Ищи равные накрестлежащие углы, затем рассматривай р/б △ |
| Если трапеция - ***прямоугольная*** | Проводи высоту |
| Если трапеция - ***равнобедренная*** | Проводи две высоты |
| Если в задаче содержится информация ***о боковых сторонах*** | Проводи прямую, параллельную боковой стороне |
| Если в задаче содержится информация ***о диагоналях трапеции*** | Проводи прямую, параллельную диагонали |

***Таблица 4: Задачи на трапецию***

|  |  |
| --- | --- |
| **Задачи для домашней работы** | **Задачи для классной работы** |
| 1. Параллельные стороны трапеции 16 и 44, а непараллельные – 17 и 25. Найдите S трапеции. (450) | 1. Боковые стороны трапеции – 20 и 34, основания -18 и 60. Найдите S трапеции.(624) |
| 2. Боковые стороны трапеции – 5 и 12. Их продолжения пересекаются под прямым углом. Найти высоту трапеции (60/13) | 2. Боковые стороны трапеции 8 и 15, а сумма углов при основании трапеции = 90º. Найти высоту трапеции. (120/17) |
| 3. Найти S трапеции и угол между диагоналями, если основания трапеции – 1 и 6, диагонали - 3 и 5. ($\frac{15\sqrt{3}}{4}$; 60º) | 3. Найти S трапеции и угол между диагоналями, если основания трапеции – 11 и 4, диагонали - 9 и 12. (54; 90º) |
| 4. Диагональ р/б трапеции равна 10 и образует угол 60º с основанием трапеции. Найти среднюю линию (5) | 4.В р/б трапеции с основаниями 40 и 24 диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите S трапеции. (1024) |
| 5.Трапеция с основаниями 10 и 24 вписана в окружность радиуса 13. Найти высоту трапеции (17 или 7) | 5.Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найти высоту трапеции (39 или 9) |
| 6. Трапеция с высотой h вписана в окружность. Боковая сторона видна из центра окружности под углом 120º. Найти среднюю линию. ($\frac{h}{\sqrt{3}}$ ) | 6.Основания трапеции 4 и 16. Найти r и R, если известно, что вписанная и описанная окружности существуют. (4; $\frac{5\sqrt{41}}{4}$) |
| 7. Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 3, а большая образует угол 30º с одним из оснований. Найдите это основание, если на нём лежит точка пересечения биссектрис углов при другом основании (9) | 7. В прямоугольную трапецию вписана окружность радиуса R. Найдите стороны трапеции, если её меньшее основание равно $\frac{4R}{3}$ (2R; 4R; $\frac{4R}{3})$  |
| 8.Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом её основании. Найдите стороны трапеции, если её высота равна 12, а длины боковых сторон 15 и 13.(14; 12,5; 16,9; 29,4) | 8.Найдите диагональ и боковую сторону трапеции, если центр её описанной окружности лежит на основании трапеции ($4\sqrt{5}$; $8\sqrt{5}$) |
| 9.Бо­ко­вые сто­ро­ны *KL* и *MN* тра­пе­ции *KLMN* равны 8 и 17 со­от­вет­ствен­но. От­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей, равен 7,5, сред­няя линия тра­пе­ции равна 17,5. Пря­мые *KL* и *MN* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *A*. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, впи­сан­ной в тре­уголь­ник *ALM*. (2; 5) | 9.Бо­ко­вые сто­ро­ны *AB* и *CD* тра­пе­ции *ABCD* равны 6 и 8 со­от­вет­ствен­но. От­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей, равен 5, сред­няя линия тра­пе­ции равна 25. Прямые *AB* и *CD* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *М*. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, впи­сан­ной в тре­уголь­ник *ВМС*. (4; 6) |

**Решение задачи №1( для классной работы)**

Дополнительное построение: проведем отрезок ВК, параллельный СД

1. Четырёхугольник ВСДК – параллелограмм. Следовательно ВС = КД = 18; ВК = СД = 34. Значит, АК = 42
2. Площадь треугольника АВК найдём по формуле Герона; $S\_{АВК}$ = 336
3. С другой стороны площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, т.е. $\frac{1}{2}$ \* 42 \* h = 336, => h = 16
4. $S\_{АВСД}$ = $\frac{18+60}{2}$ \* 16 = 624

Ответ: 624

**Решение задачи №3( для классной работы)**

1. Дополнительное построение: проведем отрезок СЕ, параллельный ВД
2. Четырёхугольник ВСЕД – параллелограмм. Следовательно ВС = ДЕ = 4; ВД = СЕ = 12. Значит, АЕ = 15
3. По теореме, обратной теореме Пифагора: $15^{2}= 9^{2 }+12^{2}$. Значит, <АСЕ = 90 $̊$, следовательно <АОД = 90 $̊$ , как соответственные при параллельных прямых ВД и СЕ
4. В прямоугольном треугольнике h = $\frac{ab}{c}$ ; h = 7,2
5. $S\_{АВСД}$ = $\frac{4+11}{2}$ \* 7,2 = 54

Ответ: 54